

Министерство науки и образования Российской Федерации

ИРКУТСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт Заочно-вечернего обучения

Отчет по лабораторной работе № 3.2  
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК»

Выполнил: Студент, группы МТбз-21-1 \_\_\_\_\_ (подпись)/ Д.А.Кушнарёв  
(дата)

№ зачетной книжки \_\_\_\_\_

Принял:

Иркутск, 2023

## Лабораторная работа

### МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

**Цель работы:** Определение ускорения свободного падения  $g$  при помощи математического маятника, изучение погрешностей измерений физических величин и применение на практике для оценки точности определения  $g$ .

#### Теоретическая часть

Можно показать, что шарик массой  $m$  отклонённый на угол  $\phi$  от положения равновесия, будет совершать гармонические колебания (см. рис.)

На него действует возвращающая квазиупругая сила, составляющая силы тяжести. Уравнение динамики вращательного движения для этих условий можно записать в виде  $mg \sin \phi = -I\epsilon$ ,

где  $\epsilon = d^2\phi/dt^2$  угловое ускорение;

$I$  – момент инерции,

$l$  – длина маятника,

$\phi$  – угол отклонения от положения равновесия,

$g$  – ускорение свободного падения.

Для малых углов отклонения  $\sin \phi \approx \phi$ . С учетом того, что для шарика диаметром  $d$  на длинной нити  $l$ , которая на много больше  $d$ , можно принять  $I = ml^2$ . Уравнение движения приобретает вид:

при условии, что собственная частота колебаний маятника будет равна  $\omega = \sqrt{g/l}$ .

Частным решением дифференциального уравнения (1) является уравнение вида  $x = A \cos \omega t$ .

Частота  $\omega$  связана с периодом  $T$  выражением  $\omega = 2\pi/T$ , поэтому период колебаний равен

Этим выражением можно воспользоваться для определения численного значения ускорения свободного падения, если решить его относительно  $g$ .

Записанное уравнение есть «рабочая формула» для экспериментального определения ускорения свободного падения.

**Формулы и определения, необходимые для вычисления погрешностей измерений и расчетов в данной работе.**

Среднее арифметическое значение измеряемой  $n$  раз (многократно) величины  $\bar{x}$  определяем по

формуле

Абсолютные погрешности отдельных измерений, находим по формуле:

Среднее квадратичное отклонение среднего значения определяем по формуле:

Надежность измерений (их достоверность) количественно определяется как доверительная вероятность попадания истинного значения измеряемой величины в доверительный интервал

где  $\Delta x$  – абсолютная погрешность серии измерений.

Абсолютная случайная погрешность при многократных измерениях может быть рассчитана следующим образом:

где  $t_{p,n}$  коэффициент Стьюдента (для пяти измерений для доверительной вероятности  $p=0.95$  согласно таблицы коэффициентов Стьюдента принимаем  $t_{p,n}= 2,78$ ).

Так как в работе основным источником погрешностей являются погрешности средств измерения, тогда погрешность находим как

Относительную погрешность измерений определяем в процентах

#### **Описание экспериментальной установки**

Описание экспериментальной установки и порядок выполнения работы аналогичны описанию, приведенному на с. 33–34 пособия [3].

#### **Практическая часть**

##### **Порядок выполнения лабораторной работы**

*Данные для работы:  $L=150\text{ см}=1.5\text{ м}$ ,  $n_1-n_5 = 11-15$ ;  $\Delta L=0.5\text{ см}=0.005\text{ м}$ ;  $\Delta t=0.1\text{ с}$*

1. Установили заданную длину маятника  $l$ .

2. Отклонили шарик приблизительно на угол  $5-7^\circ$  от положения равновесия и отпустили. Шарик будет совершать колебания. Измерили секундомером время  $t_i$ , некоторого числа  $n_i$  полных колебаний. Результаты измерений и погрешности измерительных приборов занесли в таблицу 1.

3. Провели измерения в работе не менее пяти раз.

4. Нашли период колебаний  $T_i$  для каждого измерения по формуле  $T_i = t_i/n_i$ .

5. Нашли среднее арифметическое значение  $T$  периода колебаний.

6. Вычислили значение ускорения свободного падения, подставляя средние значения длины маятника и периода  $T$  в формулу:

7. Нашли абсолютную погрешность ускорения свободного падения

где  $\varepsilon_l$ ,  $\varepsilon_T$  – относительные погрешности измерения длины и периода колебаний маятника.

*Таблица результатов измерений 1*



i	L <sub>i</sub> , м	ΔL, м	n	t <sub>i</sub> , с	Δt, с	t <sub>ср</sub> ,	T <sub>i</sub> , с	g <sub>i</sub> , м/с <sup>2</sup>	g <sub>ср</sub> , м/с <sup>2</sup>
1	1,5		11	26,001			2,436	9,969	
2	1,5		12	29,367			2,447	9,880	
3	1,5	0,005	13	31,723	0,01	31,73	2,440	9,936	9,93
4	1,5		14	34,836			2,438	9,953	
5	1,5		15	36,618			2,441	9,928	

#### Опыт 1

$$T_1 = t_1/n_1 = 27,001/11 = 2,455$$

$$g_1 = 4\pi^2(l/T_1^2) = 4 \cdot 3,142 \cdot (1,5/2,455^2) \approx 9,815 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

#### Опыт 2

$$T_2 = t_2/n_2 = 29,367/12 = 2,447$$

$$g_2 = 4\pi^2(l/T_2^2) = 4 \cdot 3,142 \cdot (1,5/2,447^2) \approx 9,880 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

#### Опыт 3

$$T_3 = t_3/n_3 = 31,723/13 = 2,440$$

$$g_3 = 4\pi^2(l/T_3^2) = 4 \cdot 3,142 \cdot (1,5/2,440^2) \approx 9,936 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

#### Опыт 4

$$T_4 = t_4/n_4 = 34,836/14 = 2,488$$

$$g_4 = 4\pi^2(l/T_4^2) = 4 \cdot 3,142 \cdot (1,5/2,488^2) \approx 9,557 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

## Опыт 5

$$T_5 = t_5/n_5 = 36,618/15 = 2,441$$

$$g_5 = 4\pi^2(l/T_5^2) = 4 \cdot 3,142 \cdot (1,5/2,441^2) \approx 9,928 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

Вычислим среднее ускорение свободного падения

$$g_{\text{ср}} = (g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5) = (9,815 + 9,880 + 9,936 + 9,557 + 9,928)/5 = 9,823 \approx 9,82 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

Среднее значение времени:

$$t_{\text{ср}} = (t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5)/5 = (26,801 + 29,367 + 31,723 + 34,836 + 36,618)/5 = 31,909 \approx 31,91 \text{ (с)}$$

Абсолютная погрешность ускорения свободного падения

$$\Delta g = g_{\text{ср}} \sqrt{\varepsilon_L^2 + (2 \varepsilon_t)^2} = g_{\text{ср}} \sqrt{(\Delta L/L)^2 + (2 \Delta t/t_{\text{ср}})^2} = 9,82 \sqrt{(0,005/1,5)^2 + (2 \cdot 0,01/31,77)^2} = 0,030 \text{ (м/с}^2\text{)} = 0,03 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

Запишем окончательный результат в виде:

$$g = g_{\text{ср}} \pm \Delta g = (9,82 \pm 0,03) \text{ м/с}^2 \text{ или } 9,79 \leq g \leq 9,85 \text{ м/с}^2$$

Табличное значение величины  $g \approx 9,81 \text{ м/с}^2$  попадает в полученный интервал.

$$\text{Относительная погрешность измерения } \varepsilon = \Delta g/g \cdot 100\% = (9,82 - 9,81)/9,81 \cdot 100\% = 0,1\%$$

### Выводы.

В данной работе экспериментальным путем определено ускорение свободного падения при помощи математического маятника.

Полученные результаты имеют небольшую погрешность относительно истинного значения, что позволяет говорить о точности расчетной формулы и о незначительных погрешностях при измерениях и вычислениях.

### Контрольные вопросы и ответы на них.

**Вопрос 1.** Какие колебания называются гармоническими?

**Ответ:** Гармонические колебания — колебания, при которых физическая величина изменяется с течением времени по гармоническому закону.

**Вопрос 2.** Запишите дифференциальное уравнение гармонических колебаний, его решение.

**Ответ:** Дифференциальное уравнение колебаний маятника имеет вид:

$$d^2\alpha/dt^2 + \omega^2\alpha = 0$$

Решение этого уравнения имеет вид:  $\alpha = \alpha_m \cos(\omega t + \varphi_0)$

**Вопрос 3.** Что такое математический маятник?

**Ответ:** Математический маятник — это подвешенное на невесомой нерастяжимой нити тело (материальная точка), способное под действием приложенных к нему сил совершать колебания около положения равновесия.

**Вопрос 4.** Запишите формулу периода колебаний математического маятника.

**О твет:**  $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ , где  $T$  - период колебаний (с),  $L$  — длина математического маятника (м),  $g$  - ускорение свободного

падения ( $\text{м/с}^2$ ).

**Вопрос 5.** Что понимается под силой тяготения, силой тяжести и массой тела?

**Ответ:** Сила тяжести – это проявление закона всемирного тяготения, т.е. силы притяжения тел к Земле вблизи ее поверхности:

$F = mg$ . Сила тяжести приложена к телу, направлена к центру Земли, и ее нужно отличать от веса тела.

Сила тяготения — сила взаимного притяжения, действующая между всеми материальными телами.

Масса тела — скалярная величина в физике, характеризующая меру инертности тела (способность объекта сопротивляться приложенной силе) и гравитационные свойства (вес тела).

**Вопрос 6.** Объясните зависимость ускорения свободного падения тел от географической широты местности.

**Ответ:** Значение ускорения свободного падения зависит от географической широты

местности. Это объясняется тем, что сила тяжести, действующая на данное тело на экваторе, меньше, чем сила тяжести,

действующая на него на полюсе. Поэтому ускорение свободного падения на полюсе равно  $9,83 \text{ м/с}^2$ , а на экваторе —  $9,78 \text{ м/с}^2$ .

Ускорение свободного падения зависит от географической широты. Земля сплюснута у полюсов. Экваториальный радиус Земли больше полярного на 21 км. Ускорение свободного падения больше на полюсах, чем на экваторе.

## Литература

1. Курс физики : учеб. пособие для инж.-техн. специальностей вузов / Т. И. Трофимова. – 17-е изд., стер. – М. : Академия, 2012. – 557 с.
2. Академия, 2012. – 557 с.
3. Курс физики : учеб. пособие для вузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский.

– 7-е изд., стер. – М. : Академия, 2010. – 719 с.

3. Щепин В. И. Физика: лаб. практикум: – Иркутск : Изд-во ИРНИТУ, 2017.

– 132 с.